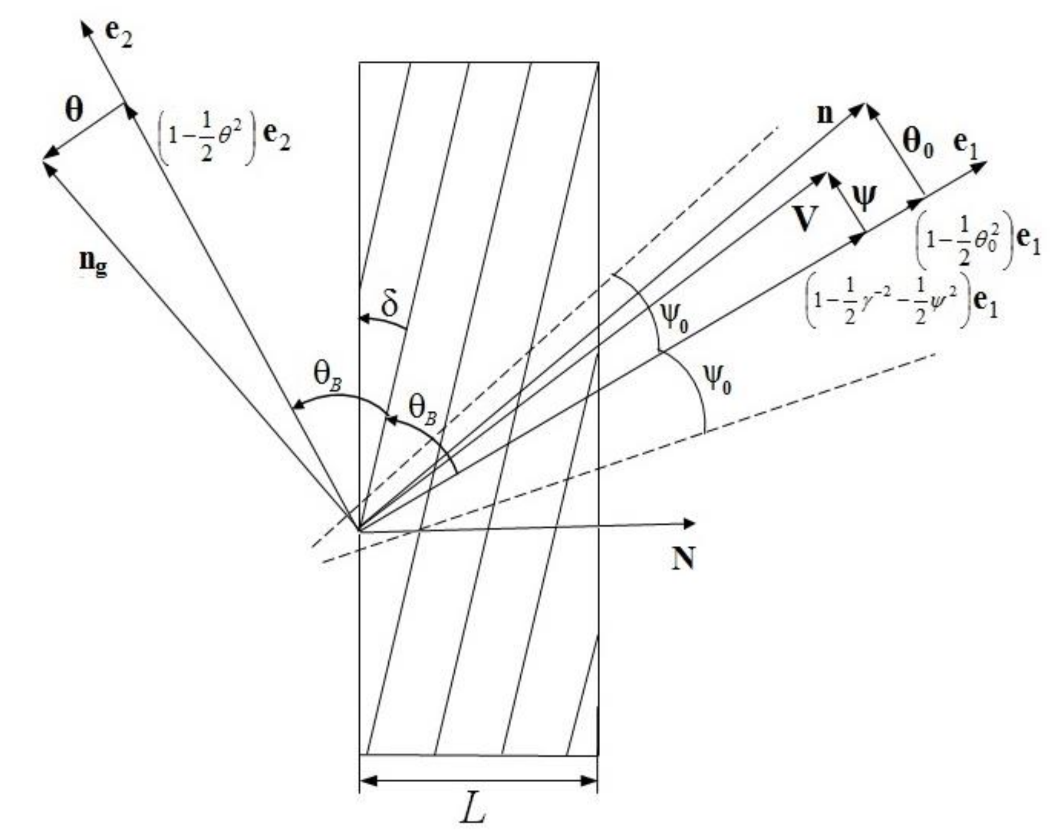
ВЛИЯНИЕ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА ПИ И ДПИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

С. В. Блажевич[1)], А.В. Носков[1,2], А.Э. Федосеев[1)] ,
А.И. Чуева[1)]

[1)]Белгородский государственный университет, Белгород, Россия
[2)]Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, Белгород, Россия

Развита теория когерентного рентгеновского излучения, генерируемого релятивистским электроном в периодической слоистой среде с двумя различными слоями на периоде. В геометрии рассеяния Брэгга рассматривается общий случай асимметричного отражения поля электрона относительно поверхности мишени. Получены выражения, описывающие спектрально-угловые характеристики ПИ и ДПИ в периодической слоистой среде с учетом многократного рассеяния электрона. Исследовано влияние многократного рассеяния электрона на характеристики рассматриваемых механизмов когерентного излучения. Выявлен значительный рост спектрально-угловой и угловой плотностей ДПИ при включении в расчет многократного рассеяния электрона. Данный эффект связан с подавлением составляющей поля ПИ, которая формируется при движении электрона в веществе мишени. Этот эффект отсутствует при ультрарелятивистских энергиях электронов и становится значительным при небольших значениях энергии электрона.

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих периодическую в геометрии рассеяния Брэгга (Рис.1), слоистую мишень, состоящую из чередующихся слоев толщиной l_1 и l_2, и диэлектрическими восприимчивостями соответственно χ_1 и χ_2 ($T = l_1 + l_2$ период слоистой мишени). Отражающие слои расположены под некоторым углом δ к поверхности мишени (Рис.1), что соответствует случаю асимметричного отражения поля излучения ($\delta = 0$ - частный случай симметричного отражения). Получена спектрально-угловая плотность ПИ без учета и с учетом многократного рассеяния:



$$\omega \frac{d^3 N^{(s)}_{ПИ}}{d\omega d\theta_\perp d\theta_\parallel} = F^{(s)} = F_1^{(s)} + F_2^{(s)} + F_{\mathrm{int}}^{(s)},$$

$$F^{(s)}_{1ПИ} = 4\frac{e^2}{\pi^2}\left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda} - \frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda - \chi_0}\right)^2 \left|\frac{K^{(s)}\exp\left(-ib^{(s)}\Sigma^{(s)}\right)}{\Delta^{(s)}}\right|^2,$$ – переходное излучение от передней границы пластины

$$F^{(s)}_{2ПИ} = \frac{e^2}{\pi^2}\left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda} - \frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda - \chi_0}\right)^2,$$ – переходное излучение от задней границы пластины

$$F^{(s)}_{\mathrm{intПИ}} = 4\frac{e^2}{\pi^2}\left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda} - \frac{\Omega^{(s)}}{\Lambda - \chi_0}\right)^2 \mathrm{Re}\left[\frac{K^{(s)}\exp\left(-ib^{(s)}\Sigma^{(s)}\right)}{\Delta^{(s)}}\right].$$ – интерференция ПИ от передней и задней границы пластины

$$\Lambda = \gamma^{-2} + (\theta_\perp - \psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \psi_\parallel)^2,\ \Omega^{(1)} = \theta_\perp - \psi_\perp,\ \Omega^{(2)} = \theta_\parallel - \psi_\parallel,\ b^{(s)} = \frac{\omega\left|\sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right)\right|\left|\chi_2' - \chi_1'\right| C^{(s)}}{2\pi n \sin(\delta + \theta_B)} L,\ \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1+\varepsilon}{2\nu^{(s)}},\ \varepsilon = \frac{\sin(\theta_B - \delta)}{\sin(\theta_B + \delta)},$$

$$\Delta^{(s)} = \left(\xi^{(s)} - i\frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} - K^{(s)}\right) e^{-ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}} - \left(\xi^{(s)} - i\frac{\rho^{(s)}(1+\varepsilon)}{2} + K^{(s)}\right) e^{ib^{(s)}\frac{K^{(s)}}{\varepsilon}},\ K^{(s)} = \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1+\varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2}\left(\frac{(1+\varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon\right)},$$

$$\eta^{(s)}(\omega) = \frac{2\pi^2 n^2}{T^2 \omega_B} L^{(s)}_{ext}\left(1 - \frac{\omega}{\omega_B}\left(1 - \theta_{//}\sqrt{\frac{T^2\omega_B^2}{\pi^2 n^2} - 1}\right)\right),\ \rho^{(s)} = \frac{\chi_1'' + r\chi_2''}{1+r}\frac{\pi n}{\left|\sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right)\right|\left|\chi_2' - \chi_1'\right| C^{(s)}},\ \nu^{(s)} = \frac{C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right)\right|}{\frac{\pi n}{1+r}}\left|\frac{\chi_2' - \chi_1'}{\chi_1' + r\chi_2'}\right|,\ \kappa^{(s)} = \frac{C^{(s)}\left|\sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right)\right|}{\frac{\pi n}{1+r}}\left|\frac{\chi_2'' - \chi_1''}{\chi_1'' + r\chi_2''}\right|,\ r = \frac{l_2}{l_1},\ \chi_0' = \frac{l_1\chi_1' + l_2\chi_2'}{T}$$

$\eta^{(s)}(\omega)$ – является быстрой функцией от частоты излучения

С учетом многократного рассеяния

$$\left\langle F^{(s)}_{1ПИ}\right\rangle = 4\frac{e^2}{\pi^2}\frac{1}{L_e}\int_0^{L_e}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Omega^{(s)0}}{\Lambda^0} - \frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi} - \chi_0}\right)^2 \left|\frac{K^{(s)}\exp\left(-ib^{(s)}\Sigma^{(s)0}_{\Delta\psi}\right)}{\Delta^{(s)}}\right|^2 \frac{1}{\pi\psi_s^2 t}\cdot e^{-\frac{\Delta\psi_\perp^2 + \Delta\psi_\parallel^2}{\psi_s^2 t}} d\Delta\psi_\perp d\Delta\psi_\parallel dt,\ \left\langle F^{(s)}_{2ПИ}\right\rangle = \frac{e^2}{\pi^2}\frac{1}{L_e}\int_0^{L_e}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi}} - \frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi} - \chi_0}\right)^2 \frac{1}{\pi\psi_s^2 t}\cdot e^{-\frac{\Delta\psi_\perp^2 + \Delta\psi_\parallel^2}{\psi_s^2 t}} d\Delta\psi_\perp d\Delta\psi_\parallel dt,$$

$$\left\langle F^{(s)}_{\mathrm{intПИ}}\right\rangle = 4\frac{e^2}{\pi^2}\frac{1}{L_e}\int_0^{L_e}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Omega^{(s)0}}{\Lambda^0} - \frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi} - \chi_0}\right)\left(\frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi}} - \frac{\Omega^{(s)0}_{\Delta\psi}}{\Lambda^0_{\Delta\psi} - \chi_0}\right)\mathrm{Re}\left[\frac{K^{(s)}\exp\left(-ib^{(s)}\Sigma^{(s)0}_{\Delta\psi}\right)}{\Delta^{(s)}}\right]\frac{1}{\pi\psi_s^2 t}\cdot e^{-\frac{\Delta\psi_\perp^2 + \Delta\psi_\parallel^2}{\psi_s^2 t}} d\Delta\psi_\perp d\Delta\psi_\parallel dt,$$

$\psi_s^2 = \frac{l_1\psi_1^2 + l_2\psi_2^2}{T}$, $\psi_1^2 = \frac{E_s^2}{m^2\gamma^2}\frac{1}{L_R^1}$, $\psi_2^2 = \frac{E_s^2}{m^2\gamma^2}\frac{1}{L_R^2}$ – средние квадраты углов многократного рассеяния на единице длины в рассматриваемых средах

$$\Omega^{(1)0} = \theta_\perp,\ \Omega^{(2)0} = \theta_\parallel,\ \Omega^{(1)0}_{\Delta\psi} = \theta_\perp - \Delta\psi_\perp,\ \Omega^{(2)0}_{\Delta\psi} = \theta_\parallel - \Delta\psi_\parallel,\ \Lambda^0_{\Delta\psi} = \gamma^{-2} + (\theta_\perp - \Delta\psi_\perp)^2 + (\theta_\parallel - \Delta\psi_\parallel)^2,\ \Lambda^0 = \gamma^{-2} + \theta_\perp^2 + \theta_\parallel^2, \qquad E_s \approx \frac{4\pi m^2}{e^2} \approx 21\ МэВ$$

L_R^a, L_R^b – радиационные длины в материалах слоев.

$$\sigma^{(s)0}_{\Delta\psi} = \frac{\pi n}{\left|\sin\left(\frac{\pi n}{1+r}\right)\right|\left|\chi_2' - \chi_1'\right| C^{(s)}}\left(\Lambda^0_{\Delta\psi} - \frac{l_1\chi_1' + l_2\chi_2'}{T}\right),\ \Sigma^{(s)0}_{\Delta\psi} = \sigma^{(s)0}_{\Delta\psi} + \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2\varepsilon} - \frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon}.$$

Получена спектрально-угловая плотность ДПИ без учета и с учетом многократного рассеяния:

$$\omega\frac{d^3N^{(s)}_{ДПИ}}{d\omega d\theta_\perp d\theta_\parallel}=F^{(s)}_{ДПИ}=\frac{e^2}{\pi^2}\left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Delta(\theta_\perp,\theta_\parallel,\psi_\perp,\psi_\parallel)}-\frac{\Omega^{(s)}}{\Delta(\theta_\perp,\theta_\parallel,\psi_\perp,\psi_\parallel)-\chi'_0}\right)^2 R^{(s)}_{ДПИ},\quad R^{(s)}_{ДПИ}=\frac{\varepsilon^2}{\xi^{(s)2}(\omega)-\left(\xi^{(s)2}(\omega)-\varepsilon\right)\coth^2\left(\frac{b^{(s)}\sqrt{\varepsilon-\xi^{(s)2}(\omega)}}{\varepsilon}\right)},$$

$$\left\langle\omega\frac{d^2N^{(s)}_{ДПИ}}{d\omega d\theta_\perp d\theta_\parallel}\right\rangle_{\Delta\psi}=\frac{e^2}{\pi^2}\frac{1}{L_e}\int_0^{L_e}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{\Omega^{(s)}}{\Delta}-\frac{\Omega^{(s)}}{\Delta^*-\chi'_0}\right)^2 R^{(s)}_{ДПИ}\frac{1}{\pi\psi_s^2 t}\cdot e^{-\frac{\Delta\psi_\perp^2+\Delta\psi_\parallel^2}{\psi_s^2 t}}\,d\Delta\psi_\perp d\Delta\psi_\parallel dt,$$

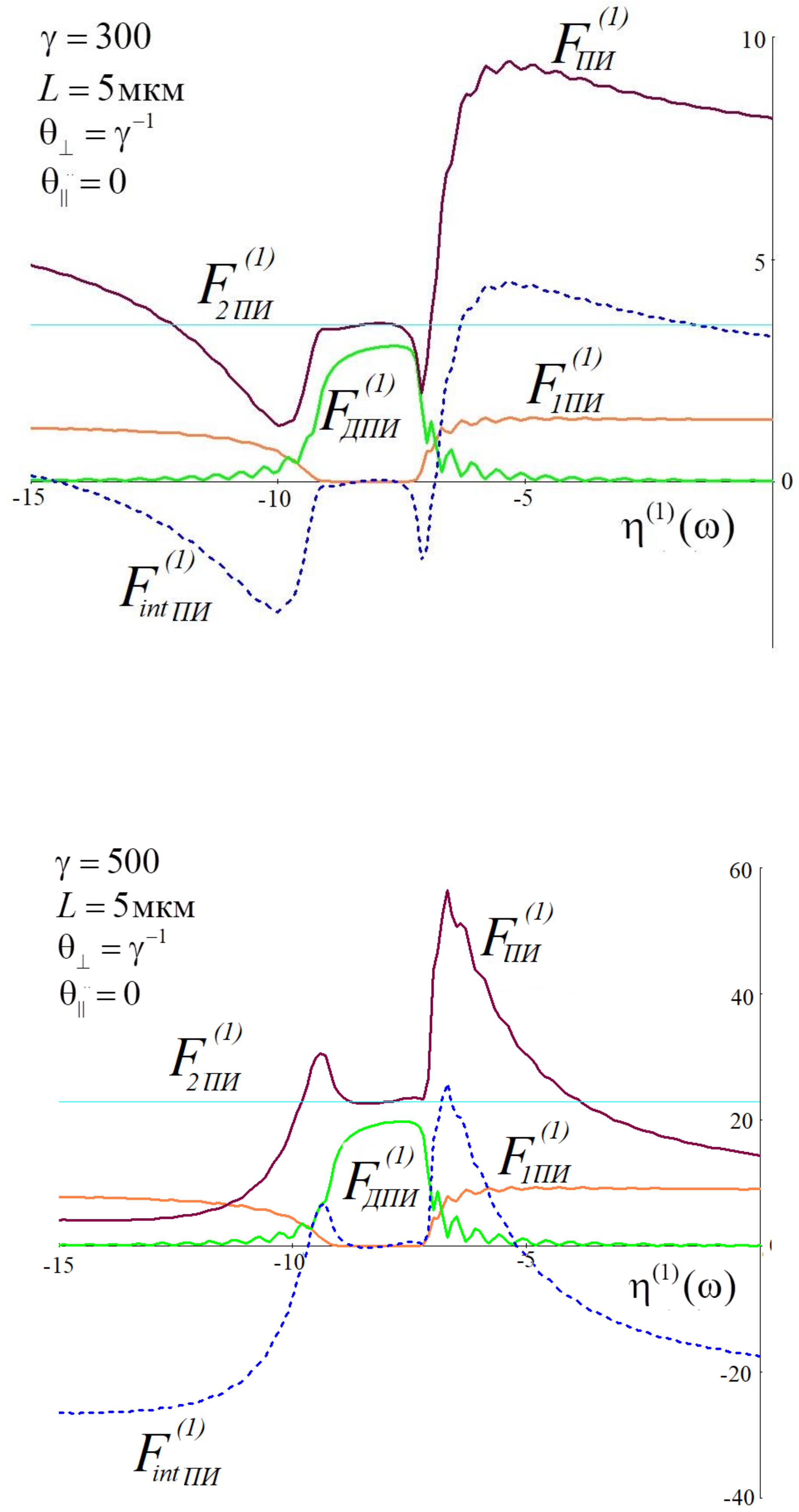
$$\Delta(\theta_\perp,\theta_\parallel,\psi_\perp,\psi_{//})=\gamma^{-2}+(\theta_\perp-\psi_\perp)^2+(\theta_\parallel+\psi_\parallel)^2,\ \Delta^*(\theta_\perp,\theta_\parallel,\psi_\perp+\Delta\psi_\perp,\psi_{//}+\Delta\psi_{//})=\gamma^{-2}+(\theta_\perp-(\psi_\perp+\Delta\psi_\perp))^2+(\theta_{//}+(\psi_{//}+\Delta\psi_{//}))^2,\quad \Omega^{(1)}=\theta_\perp-\psi_\perp,\ \Omega^{(2)}=\theta_\parallel+\psi_\parallel.$$

По величине t, которая представляет собой путь, пройденный электроном в периодической среде, проведено интегрирование в пределах от нуля до полной длины пути электрона в мишени L_e .

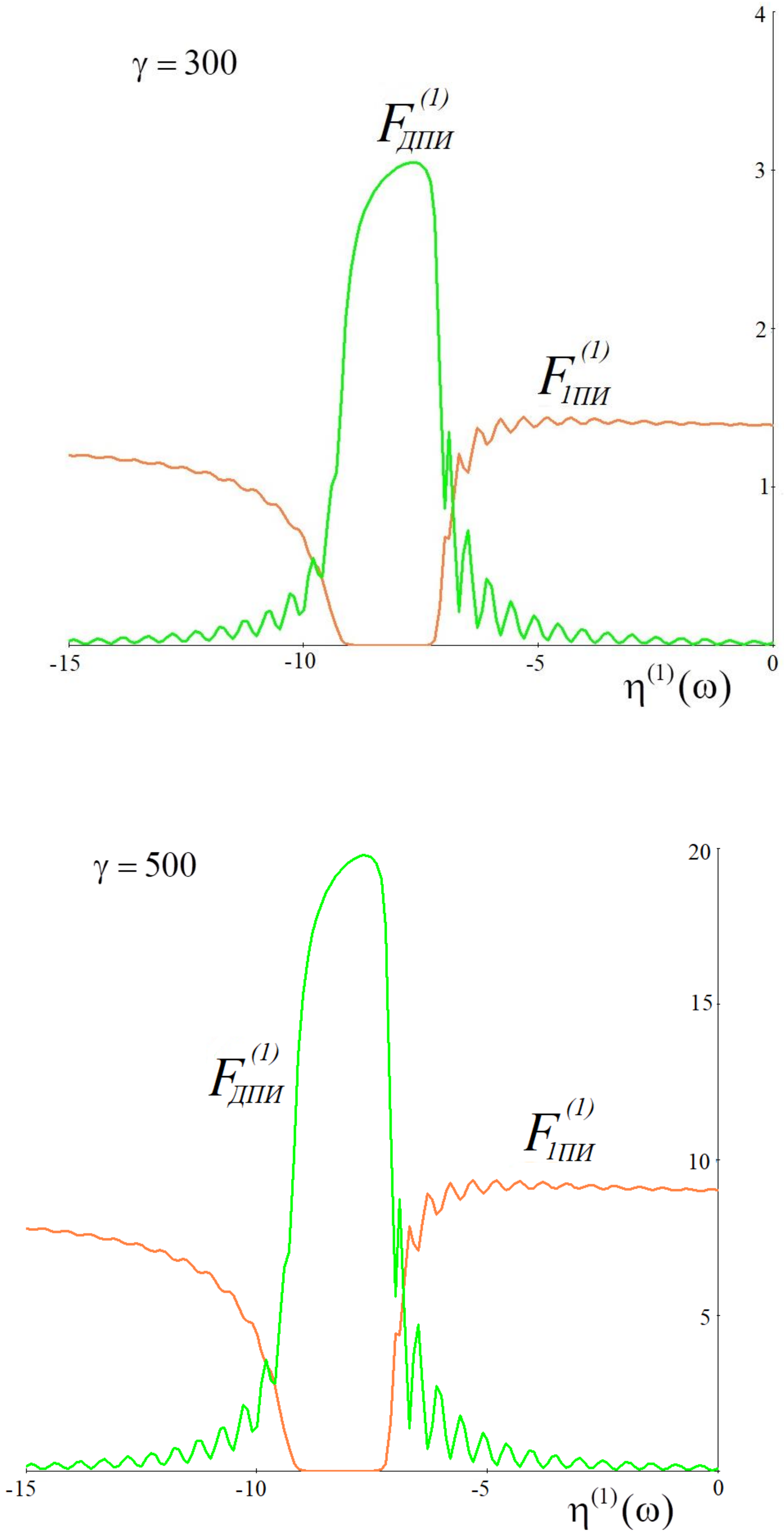
Численные расчеты

Используя полученные выражения проведем численные расчеты спектрально-угловой плотности излучения. Будем рассматривать когерентное рентгеновское излучение пучка релятивистских электронов пересекающих мишень толщиной $L=2$ мкм состоящую из периодически расположенных слоев углерода и вольфрама (C-Si) с периодом $T=l_1+l_2=0.002$ мкм, $l_1=l_2=0.001$ мкм для случая симметричного отражения, когда слои мишени параллельны поверхности мишени ($\delta=0$, $\varepsilon=1$). Положим угол между осью пучка релятивистских электронов и отражающими слоями (угол Брэгга) $\theta_B=2.25^\circ$, при этом частота Брэгга $\omega_B=8$ кэВ. Расчеты будем проводит для $s=1$ (σ- поляризованные волны).

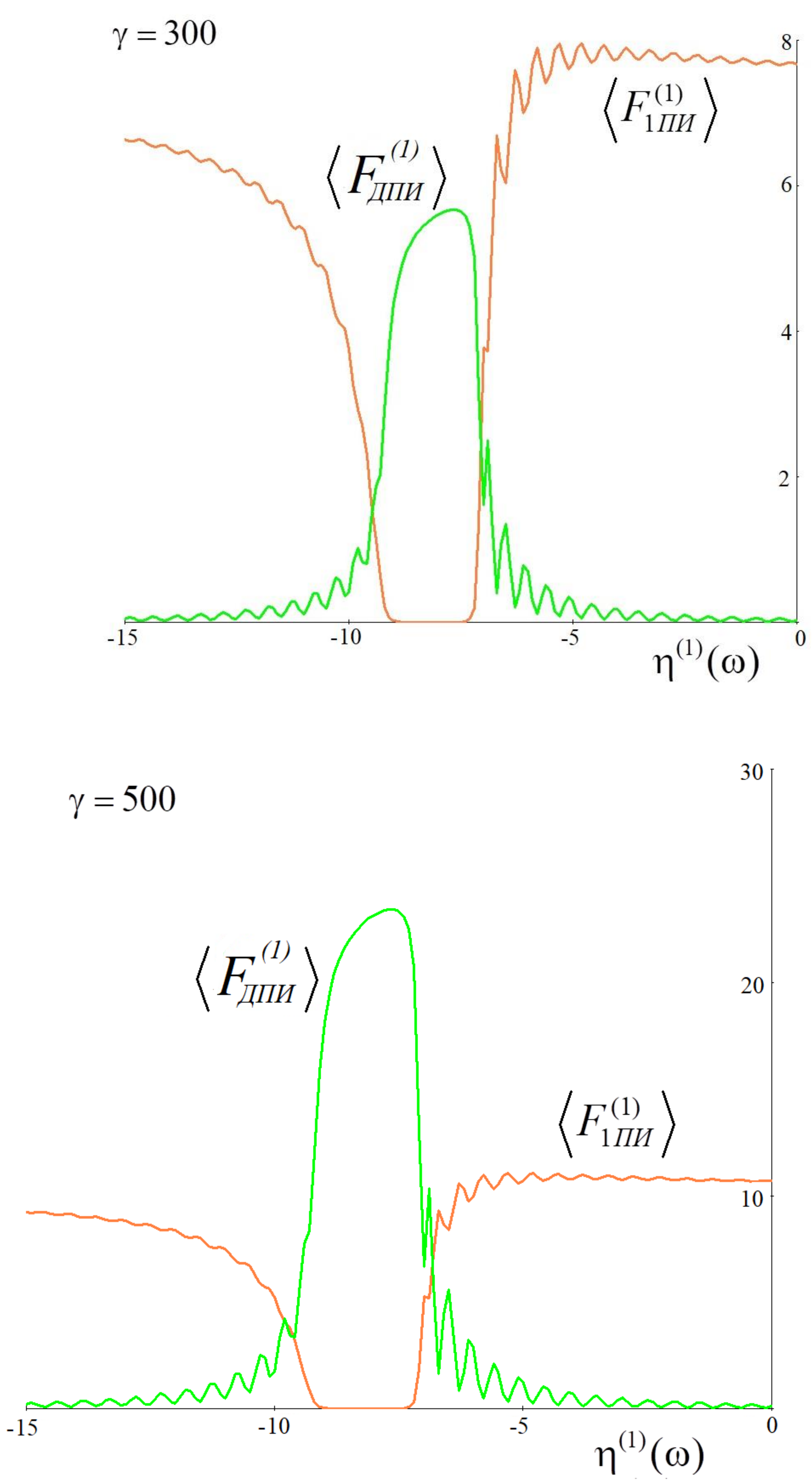
Спектрально-угловые плотности ПИ и ДПИ без многократного рассеяния



Спектрально-угловые плотности ДПИ и ПИ от первой границы без многократного рассеяния



Спектрально-угловые плотности ДПИ и ПИ от первой границы с многократным рассеянием



Результаты

1. Спектрально-угловые плотности ПИ и ДПИ при фиксированном угле наблюдения зависят от многократного рассеяния электронов в периодической слоистой среде.
2. Выявлено, что при учете многократного рассеяния, при определенных условиях, спектрально-угловые плотность ПИ и ДПИ могут существенно возрасти по сравнению со спектрально-угловыми плотностями ПИ и ДПИ без учета многократного рассеяния.
3. Данный эффект возникает, когда длина когерентности ПИ в слоистой среде сравнима с длиной когерентности ПИ в вакууме, то есть при небольших энергиях релятивистского электрона. При увеличении энергии электронов эффект пропадает.