

О.В. Богданов¹⁾, П.О. Казинский²⁾, Т.А. Тухфатуллин^{3,*}

¹⁾Томский политехнический университет, Томск, Россия

²⁾Томский государственный университет, Томск, Россия

³⁾Торайгыров университет, Павлодар, Республика Казахстан

*tta@tpu.ru

Введение

- Генерация излучения, обладающего орбитальным угловым моментом (ОУМ), подробно исследована как теоретически, так и экспериментально [1].
- В ряде работ были предложены различные схемы генерации закрученных фотонов, несущих ОУМ:

- ондуляторы [2, 3],
- комптоновское рассеяние [1, 4],
- лазеры на свободных электронах [5, 6],
- излучение электронов при каналировании в кристаллах [7, 8].

- Излучение при каналировании имеет ряд преимуществ перед другими типами излучения – узкий спектральный диапазон и направленность. В нашей предыдущей работе [8] было рассчитано среднее число закрученных фотонов на один электрон при плоскостном каналировании в кристалле кремния, а также их энергетический спектр. Была обнаружена периодическая зависимость проекции полного углового момента фотона от его энергии.

Цель данной работы - исследование излучения электронов при осевом каналировании в терминах закрученных фотонов [8] и нахождение их энергетического спектра.

Модель

Общая формула для среднего числа закрученных фотонов, создаваемых точечными заряженными частицами в электромагнитном поле (предполагается, что квантовая отдача пренебрежимо мала, что имеет место для энергий каналированных электронов)

$$dP(s, m, k_3, k_\perp) = \left| \sum_{l=1}^N e_l \int d\tau_l e^{-i[k_0 x_l^0(\tau_l) - k_3 x_{l3}(\tau_l)]} \left\{ \frac{1}{2} [\dot{x}_{l+}(\tau_l) a_-(s, m, k_3, k_\perp; \mathbf{x}_l(\tau_l)) + \dot{x}_{l-}(\tau_l) a_+(s, m, k_3, k_\perp; \mathbf{x}_l(\tau_l))] + \dot{x}_{l3}(\tau_l) a_3(s, m, k_\perp; \mathbf{x}_l(\tau_l)) \right\}^2 \left(\frac{k_\perp}{2k_0} \right)^3 \frac{dk_3 dk_\perp}{2\pi^2} \right|$$

e_i – заряд частицы с i -ой траектории в пучке $x_l^\mu(\tau_l)$, $\mu = \overline{0,3}$ $k_\perp \geq 0$, k_3 – соответствующие проекции импульса фотона в базисе $\mathbf{e}_\pm := \mathbf{e}_1 \pm i\mathbf{e}_2$, вектор \mathbf{e}_3 направлен вдоль оси детектора, который регистрирует закрученные фотоны. $k_0 = \sqrt{k_\perp^2 + k_3^2}$ – энергия фотона.

$$a_3(m, k_\perp; \mathbf{x}) = \frac{x_+^{m/2}}{x_-^{m/2}} J_m(k_\perp x_+^{1/2} x_-^{1/2}) =: j_m(k_\perp x_+, k_\perp x_-),$$

$$a_\pm(s, m, k_3, k_\perp; \mathbf{x}) = \frac{ik_\perp}{sk_0 \pm k_3} j_{m\pm 1}(k_\perp x_+, k_\perp x_-),$$

$s = \pm 1$ – спиральность фотона. $m \in \mathbb{Z}$ – проекция полного углового момента фотона на ось детектора.

Среднее число закрученных фотонов некогерентным пучком каналированных электронов хорошо описывается формулой

$$dP_\rho^{nc}(s, m, k_3, k_\perp) = N \sum_{n, n'=-\infty}^{\infty} f_{m-n, m-n'} R_{n, n'}(s, k_3, k_\perp),$$

$$R_{n, n'}(s, k_3, k_\perp) := \frac{1}{N_0} \sum_{l=1}^{N_0} A_l(s, n, k_3, k_\perp) A_l^*(s, n', k_3, k_\perp),$$

$A_l(s, m, k_3, k_\perp)$ – амплитуда излучения закрученных фотонов i -й частицы, распространяющейся в кристаллической ячейке, вдоль на оси детектора. Количество частиц увеличивается до тех пор, пока выражение не перестает зависеть от N_0 , N – количество частиц в пучке, и предполагается, что пучок однороден в масштабе одной кристаллической ячейки. Функции f_{mn} определяют некогерентную часть интерференционного множителя для распределения заряда в пучке $\rho(\mathbf{b}_\perp)$.

Проекция полного углового момента на фотон равна той же величине, вычисленной для одной кристаллической ячейки

$$l_\rho^{nc}(s, k_3, k_\perp) := \frac{dJ_{3\rho}^{nc}(s, k_3, k_\perp)}{dP_{3\rho}^{nc}(s, k_3, k_\perp)} = \frac{dJ_{31}(s, k_3, k_\perp)}{dP_1(s, k_3, k_\perp)} = l_1(s, k_3, k_\perp),$$

$$dJ_{31}(s, k_3, k_\perp) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m R_{m, n}(s, k_3, k_\perp)$$

Среднее число закрученных фотонов и средняя проекция полного углового момента закрученных фотонов, излучаемых пучком заряженных частиц

$$dP_\rho^{nc}(s, k_3, k_\perp) := \sum_{m=-\infty}^{\infty} dP_\rho^{nc}(s, m, k_3, k_\perp) = NdP_1(s, k_3, k_\perp),$$

$$dJ_{3\rho}^{nc}(s, k_3, k_\perp) := \sum_{m=-\infty}^{\infty} mdP_\rho^{nc}(s, m, k_3, k_\perp) = NdJ_{31}(s, k_3, k_\perp) +$$

$$+ N \operatorname{Re} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{n, n-1} \int d\mathbf{b}_\perp \rho(\mathbf{b}_\perp) k_\perp \mathbf{b}_\perp,$$

Аналогичные выражения для излучения от заряженных частиц в одной кристаллической ячейке на одну излучающую частицу

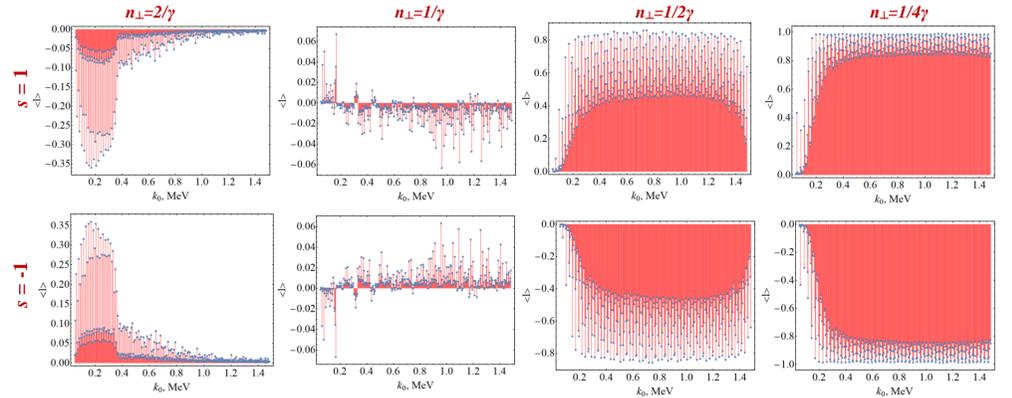
$$dP_1(s, k_3, k_\perp) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_{m, m}(s, k_3, k_\perp) \quad dJ_{31}(s, k_3, k_\perp) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m R_{m, m}(s, k_3, k_\perp)$$

- Траектории были получены путем численного решения уравнений движения с использованием компьютерного кода “Basic Channeling with Mathematica©” BCM-2.0.
- Расчеты были выполнены для электронов, каналированных в кристалле $\langle 100 \rangle$ Si. Энергия электронов равна 255 МэВ ($\gamma=500$), что соответствует параметрам ускорителей на SAGA-LS.

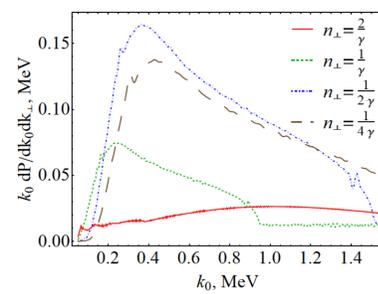
Результаты расчетов при плоскостном каналировании

Параметры расчетов: Si (220), толщина кристалла $L=20$ мкм, угол влета $\theta_i=2 \cdot 10^{-4}$ рад $=\theta_c/20$, $s=1$, $\varphi=\pi/10$, $\theta=10^{-10}$ (θ_c – критический угол каналирования)

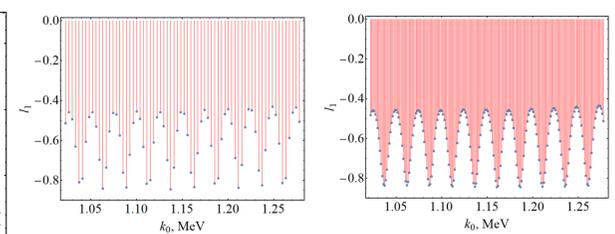
Суммарный угловой момент на один фотон в одной кристаллической ячейке



Усредненная по одной ячейке вероятность регистрации закрученного фотона для различных $n_\perp = k_\perp/k_\perp$

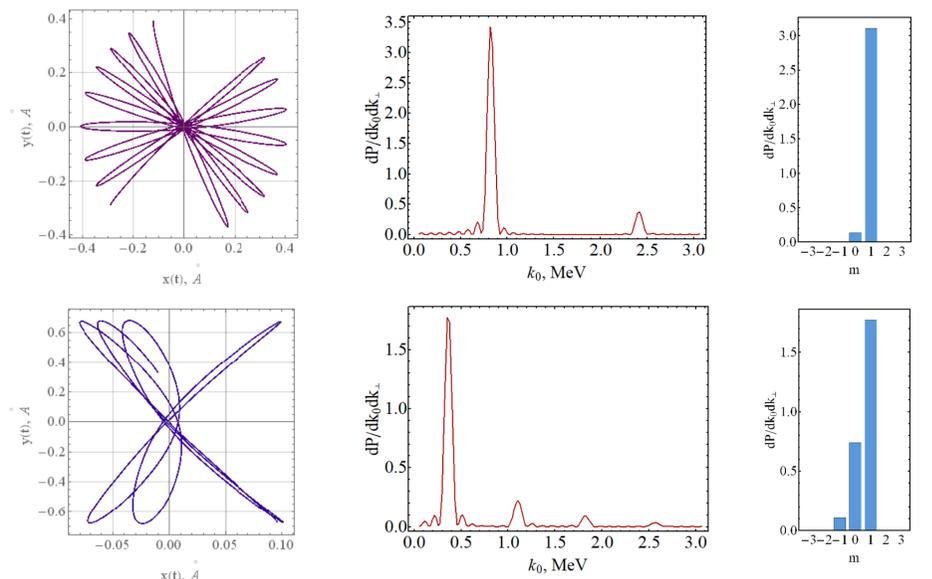


Суммарный угловой момент на один фотон в одной кристаллической ячейке $n_\perp=1/2\gamma$ (тонкая структура)

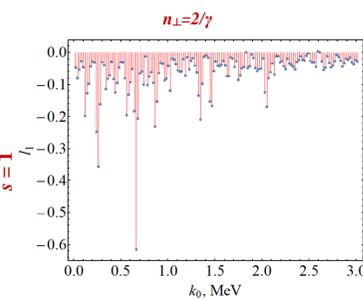


Результаты расчетов при осевом каналировании

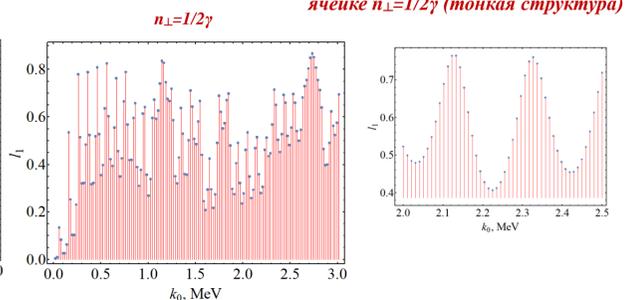
Параметры расчетов: Si $\langle 100 \rangle$, толщина кристалла $L=5$ мкм, углы влета $\theta_i=10^{-3}$ рад, $\varphi_i=10^{-3}$ рад, $s=1$, $\varphi=\pi/10$, $\theta=10^{-10}$



Суммарный угловой момент на один фотон в одной кристаллической ячейке



Суммарный угловой момент на один фотон в одной кристаллической ячейке $n_\perp=1/2\gamma$ (тонкая структура)



Заключение

- Впервые проведено компьютерное моделирование излучения при осевом каналировании электронов в терминах закрученных фотонов.
- Зависимость вероятности регистрации закрученного фотона от энергии рассчитана для одной кристаллической ячейки и пучка электронов.
- Расчет показывает, что каналированные электроны излучают закрученные фотоны в МэВ-ом спектральном диапазоне.

Литература

- Б. А. Князев, В. Г. Сербо// УФН, 2018, Т. 188, № 5, 508-539.
- S. Sasaki, I. McNulty// Phys. Rev. Lett., 2008, 100, 124801.
- O. V. Bogdanov et al.// Phys. Rev. A 2018 97 033837.
- O. V. Bogdanov et al.//Phys. Rev. D 2019, 99, 116016.
- E. Hemsing, et al.// Phys. Rev. Lett., 2011, 106 164803.
- P.R. Ribic, et al.// Phys. Rev. X, 2017, 7, 031036.
- V. Epp, J. Janz, M. Zotova// Nucl. Inst. Meth. B 2018436 78.
- O.V. Bogdanov et al.// Phys. Lett. A 2022, 451, 128431.