СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИСКРЕТНЫХ ПРОЦЕССОВ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В СЛОЕ ВЕЩЕСТВА

Н.Н. Михеев

Институт кристаллографии им. А.В. Шубникова
ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,
Ленинский проспект, д.59, 119333, г. Москва, Россия

2021

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ

Цель: Аналитическое описание энергетических и угловых спектральных распределений пучков быстрых протонов и альфа-частиц, прошедших пленочную мишень заданной толщины на основе практического применения новой статистической модели дискретных процессов многократного рассеяния [1–5].

1. В двухпотоковом приближении получить формулу для расчета значений наиболее вероятной энергии пучка частиц после прохождения пленки известной толщины.

2. Получить формулу для расчета глубины проникновения частиц в вещество при нормальном падении пучка на бомбардируемый образец.

3. Рассчитать транспортное сечение и транспортную длину частиц по неупругому каналу рассеяния.

4. Провести проверку полученных результатов на соответствие с экспериментальными данными, имеющимися в научных публикациях.

---

1. Михеев Н.Н. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2010, № 4, С. 25.
2. Михеев Н.Н., Степович М.А., Юдина С.Н. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2009. №3. С. 53.
3. Mikheev N.N., Stepovich M.A. // Materials Science and Engineering. B, 1995, Vol. 32, № 1-2, P. 11.
4. Михеев Н.Н. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2020, № 3, С. 77

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТА БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ В КОНДЕНСИРОВАННОМ ВЕЩЕСТВЕ ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ

Возможность использования статистической модели содержится в простом соотношении для однократного взаимодействия быстрого протона:

$$\frac{m_e}{M_p}\left[E_0^2 - E_p^2(1)\right] = J^2, \tag{1}$$

где: M_p и m_e – масса покоя протона и электрона; параметр J – усредненное определенным образом значение средней потенциальной энергии атомных электронов мишени

Результат рассеяния не зависит от энергии частицы. Это и служит основой эффективного применения к множеству вероятных потерь энергии ε_i законов дискретной статистики. При среднем числе n взаимодействий частицы в тонкой пленке необходимо лишь учесть статистическую вероятность такого состояния, которая равна логарифму числа перестановок из n независимых элементов:

$$\frac{m_e}{M_p}\left[E_0^2 - E_p^2(n)\right] = J^2 \times \ln(n!). \tag{2}$$

Применив к логарифму формулу Стирлинга:

$$\ln(n!) \approx \left(n + \frac{1}{2}\right) \times \ln n - n + \ln\sqrt{2\pi}, \tag{3}$$

получаем интегральную форму аналитического выражения для наиболее вероятной энергии пучка быстрых протонов, прошедших тонкую пленочную мишень и испытавших в ней n неупругих взаимодействий:

$$\frac{m_e}{M_p}\left[E_0^2 - E_p^2(n)\right] = nJ^2 \times \ln\left(\frac{n}{e}\right). \tag{4}$$

Такой подход впервые позволяет однозначно и точно определить то число n неупругих взаимодействий, после которых процесс кратного рассеяния для потока заряженных частиц переходит в многократное рассеяние, то есть когда статистическая вероятность реализации состояния после n взаимодействий становится больше единицы. По формуле Стирлинга для (4) это число легко определить и оно равно шести.

ТРАНСПОРТНОЕ СЕЧЕНИЕ И ТРАНСПОРТНАЯ ДЛИНА БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ И АЛЬФА ЧАСТИЦ В МИШЕНИ

Во многих практических приложениях теории рассеяния заряженных частиц в веществе исключительное значение имеет интеграл: $\sigma_{tr} = \int (1 - \cos\theta)\, d\sigma$, который называется транспортным сечением и

который представляет собой усредненное по всем возможным угловым отклонениям сечение взаимодействия первичных частиц с веществом.

Использование при операции усреднения в интеграле наиболее вероятного сечения многократного неупругого рассеяния позволяет определить величину транспортного сечения для протонов по неупругому каналу σ_{tr}^{inel} в виде:

$$\sigma_{tr}^{inel} = \frac{4\pi q^4 Zz^2}{\frac{m_e}{M_p}\left(E_0^2\right)} \times \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \ln\left[\frac{2m_e V_0^2}{J\sqrt[4]{1-\beta^2}}\right].$$

И соответственно, транспортную длину по неупругому каналу рассеяния для пучка протонов $L_{tr} = 1/(\sigma_{tr} \cdot N_0)$ как:

$$L_{tr}^{inel} = \frac{\frac{m_e}{M_p} \times E_0^2}{4\pi q^4 N_0 Zz^2 \times \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \times \ln\left[\frac{2m_e V_0^2}{J \times \sqrt[4]{1-\beta^2}}\right]}.$$

ГЛУБИНА ПРОНИКНОВЕНИЯ ПУЧКА БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ И АЛЬФА ЧАСТИЦ В МИШЕНЬ ПРИ НОРМАЛЬНОМ ПАДЕНИИ ЧАСТИЦ НА ПОВЕРХНОСТЬ ОБРАЗЦА

Параметром, имеющим большое значение в практических приложениях, является глубина *Rx* максимального проникновения частиц в бомбардируемый образец. Она определяется толщиной слоя вещества, после прохождения которого средняя кинетическая энергия частиц E_m становится равной их тепловой энергии, то есть

практически $E_m \to 0$:

$$R_x = \frac{\dfrac{m_e}{M_p} \times E_0^2}{4\pi q^4 N_0 Z z^2 \times \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \times \ln\left(\dfrac{m_e V_0^2}{J \times \sqrt[4]{1-\beta^2}}\right)},$$

Использование этой формулы для пучка протонов с энергией 19.68 МэВ и для пучка альфа-частиц с энергией 79.8 МэВ в алюминии дает ***Rx* = 0.2076 см** для протонов и ***Rx* = 0.2099 см** для ионов гелия. Экспериментально измеренные *Rx* в работе [T+M] равны: **0.2066 ± 0.0035 см** и **0.2103 ± 0.0035 см**, соответственно. Для пучка протонов с энергией 49.1 МэВ в золоте расчет по формуле (13) дает ***Rx* = 0.2466 см**. Экспериментально измеренное значение *Rx* из той же работы равно **0.2461 ± 0.0025 см**. Видно, что формула дает не оценочные, а достаточно точные результаты.

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ И УГЛОВЫХ ОТКЛОНЕНИЙ ПРИ МНОГОКРАТНОМ РАССЕЯНИИ

В общем виде функция распределения $F(E_0, E_p)$ в статистике многократного рассеяния как решение одномерного транспортного уравнения, представима как:

$$F\left(\Delta E_p, u\right) = \exp\left\{-\frac{\Delta E_p}{2\Delta E_{\min}} \times \exp\left[-\int_{u_{\min}}^{u} \frac{ds}{\frac{1}{2}\ln s + 1 - s}\right]\right\}.$$

Здесь: ΔE_p – наиболее вероятная суммарная потеря энергии ($E_0 - E_\text{p}$); $u = \Delta E/\Delta E_\text{p}$; $\Delta E_{\min} = \varepsilon_{\max}$.

После разложения ln s в ряд Грегори и последующего учета вклада только первого члена разложения, мы получаем функцию $F(\Delta E_p, \Delta E)$ первого приближения общего решения (8) в достаточно простом аналитическом виде:

$$F\left(\Delta E_p, \Delta E\right) = \exp\left[-\frac{\left(\Delta E - \Delta E_p\right)^2}{2 \times \Delta E_{\min} \times \Delta E}\right].$$

При описании распределения пучка заряженных частиц по полярному углу θ после их прохождения пленочной мишени известной толщины x при нормальном падении пучка на поверхность образца функция распределения:

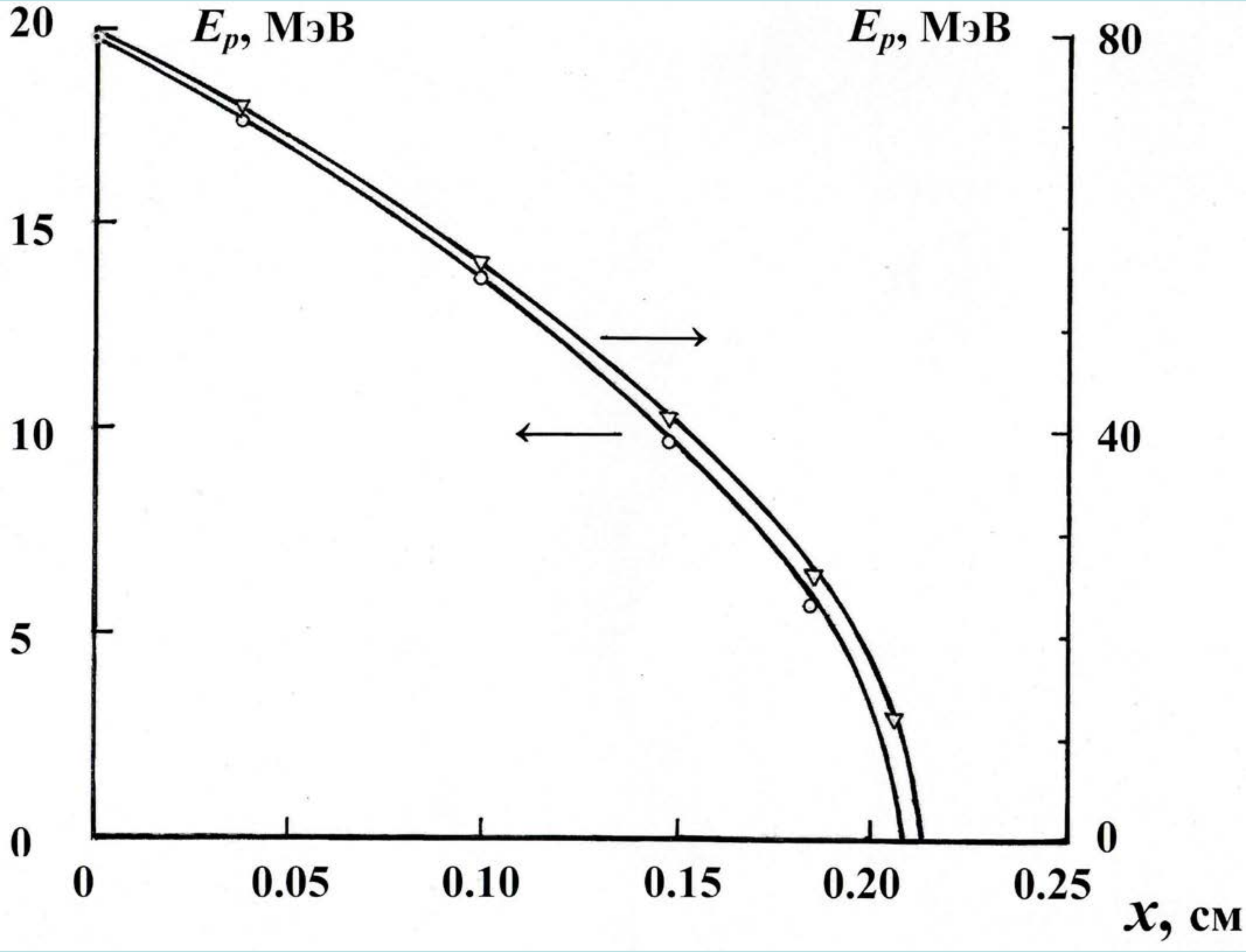
$$F\left(\theta, \theta_p\right) = A \times \exp\left[-\frac{\theta^2}{0.75\theta_p\left(\theta + \theta_p\right)}\right],$$ а параметр $$\theta_p = \frac{\pi}{4L_{tr}^{inel}} \times x.$$

Здесь θ_p – угол наиболее вероятного отклонения заряженных частиц при малоугловом рассеянии, и в тоже время – максимальный угол однократного отклонения в процессе многократного рассеяния.

УНИВЕРСАЛЬНАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ РАСЧЕТА НАИБОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЙ ЭНЕРГИИ ПУЧКА БЫСТРЫХ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, ПРОШЕДШИХ СЛОЙ ВЕЩЕСТВА ЗАДАННОЙ ТОЛЩИНЫ

$$\frac{m_e}{M_p}\left(E_0^2 - E_p^2\right) = 4\pi q^4 N_0 Z z^2 x \times \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \ln\left[\frac{\left(2-\dfrac{x}{R_x}\right)\times m_e V_0^2}{J\times\sqrt[4]{1-\beta^2}}\right],$$

Зависимость наиболее вероятной энергии E_p пучка быстрых частиц от толщины алюминиевой мишени: для протонов с начальной энергией 19.68 МэВ и для ионов гелия с начальной энергией 79.8 МэВ: сплошные кривые – расчет по формуле; ○ – экспериментальные результаты для протонов; Δ – экспериментальные результаты для ионов гелия работы *Tschalär C., Maccabee H.D. // Phys. Rev. B. 1970, Vol. 1, No. 7, P. 2863.*



ДВУХПОТОКОВАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСПОРТА БЫСТРЫХ ПРОТОНОВ В ВЕЩЕСТВЕ

Для протонов и альфа-частиц, совершенно также как и для пучка электронов, общий энергетический спектр прошедших пленку частиц представляет собой сумму спектров двух групп частиц:

$$N_T\left(E, E_{p1}, E_{p2}\right) = A_1 \exp\left[-\frac{\left(E_{p1}-E\right)^2}{0.5\times m_e V_0^2 \times \left(E_0 - E\right)}\right] + A_2 \exp\left[-\frac{\left(E_{p2}-E\right)^2}{2\times m_e V_0^2 \times \left(E_0 - E\right)}\right],$$

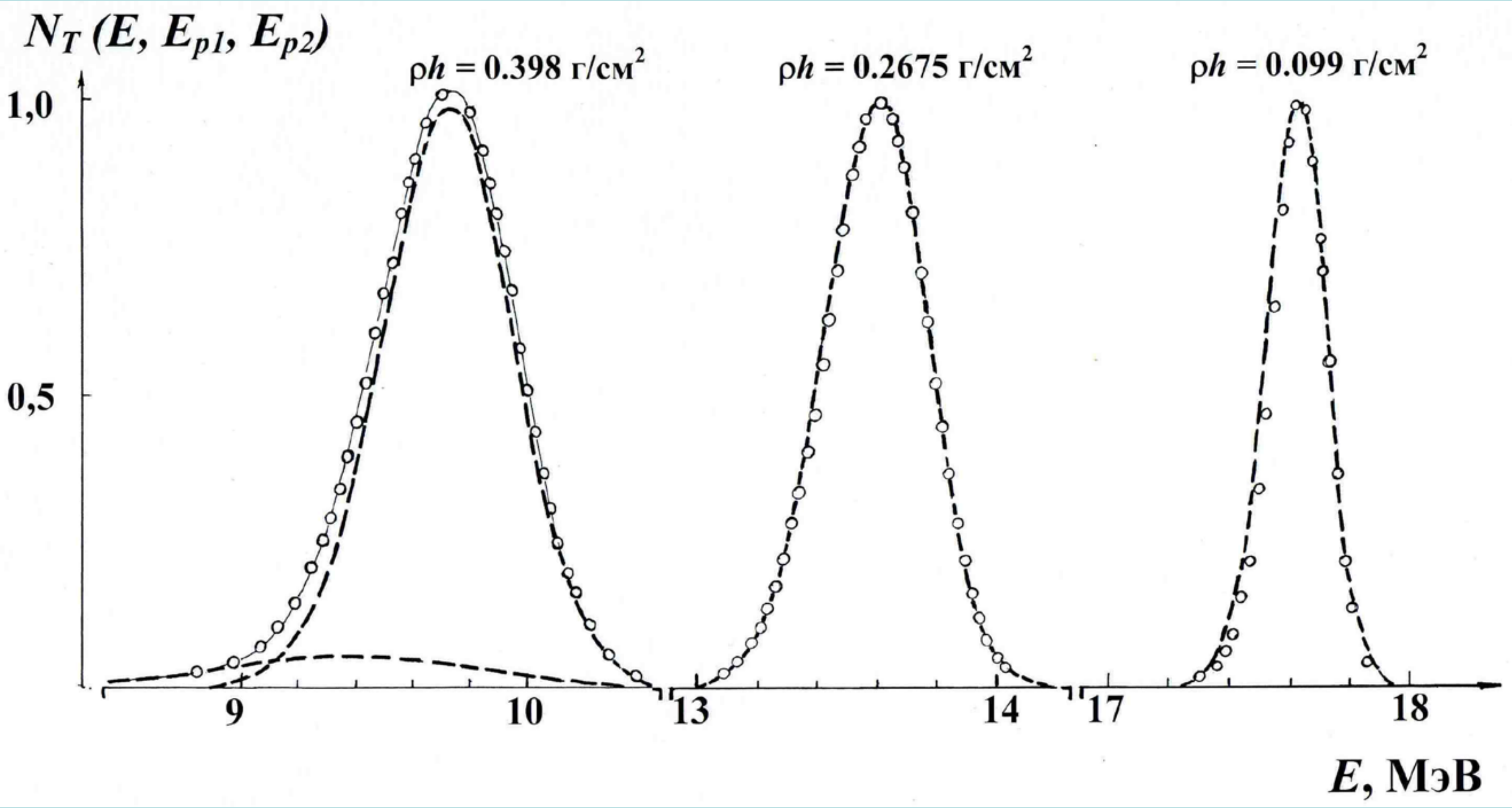
где: A_1, A_2 – коэффициенты, учитывающие вклад каждого из двух потоков частиц в общий спектр.

Пример использования этой формулы для модельных расчетов, связанных с описанием экспериментальных спектров пучка протонов с E_0 = 19.68 МэВ, прошедших алюминиевые пленки различной толщины, из работы: *Tschalär C., Maccabee H.D. // Phys. Rev. B. 1970, Vol. 1, No. 7, P. 2863,*

представлен на следующих слайдах

Энергетические распределения пучка протонов с начальной энергией E_0 = 19.68 МэВ после прострела алюминиевых пленок различной толщины x (и средним числом n неупругих взаимодействий в мишени): x_1 = 0.0367 см ($n = 6\times10^5$); x_2 = 0.0990 см (n = 1.6×10^6); x_3 = 0.1474 см ($n = 2.4\times10^6$). Пунктирные линии – рассчитанные вклады в спектры двух групп частиц; ○ – экспериментальные спектры работы:

Tschalär C., Maccabee H.D. // Phys. Rev. B. 1970, Vol. 1, No. 7, P. 2863.

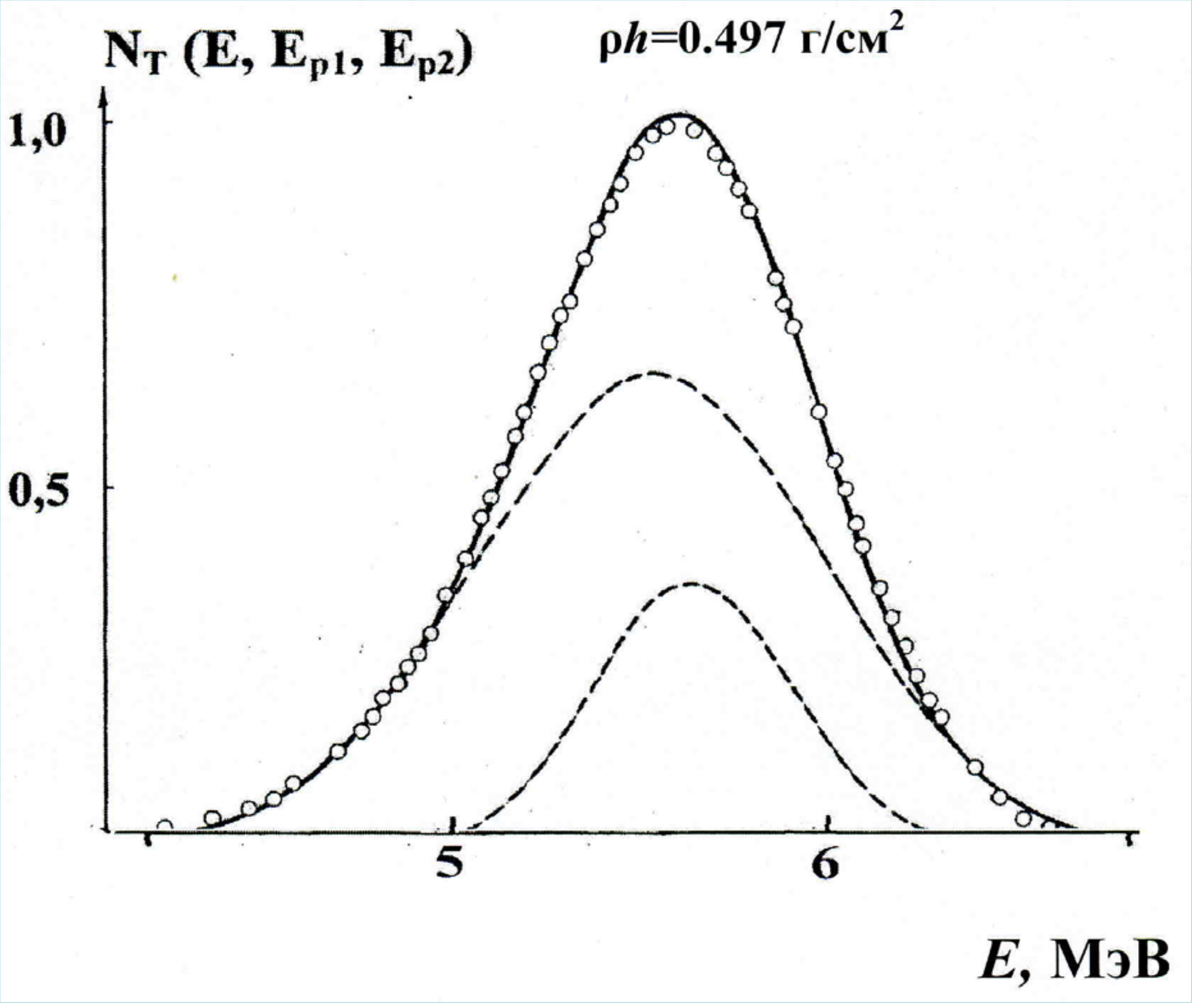


Энергетический спектр пучка протонов с начальной энергией E_0 = 19.68 МэВ после прохождения алюминиевой пленки толщиной x = 0.1841 см:

пунктирные линии – рассчитанные вклады в спектр двух групп частиц;

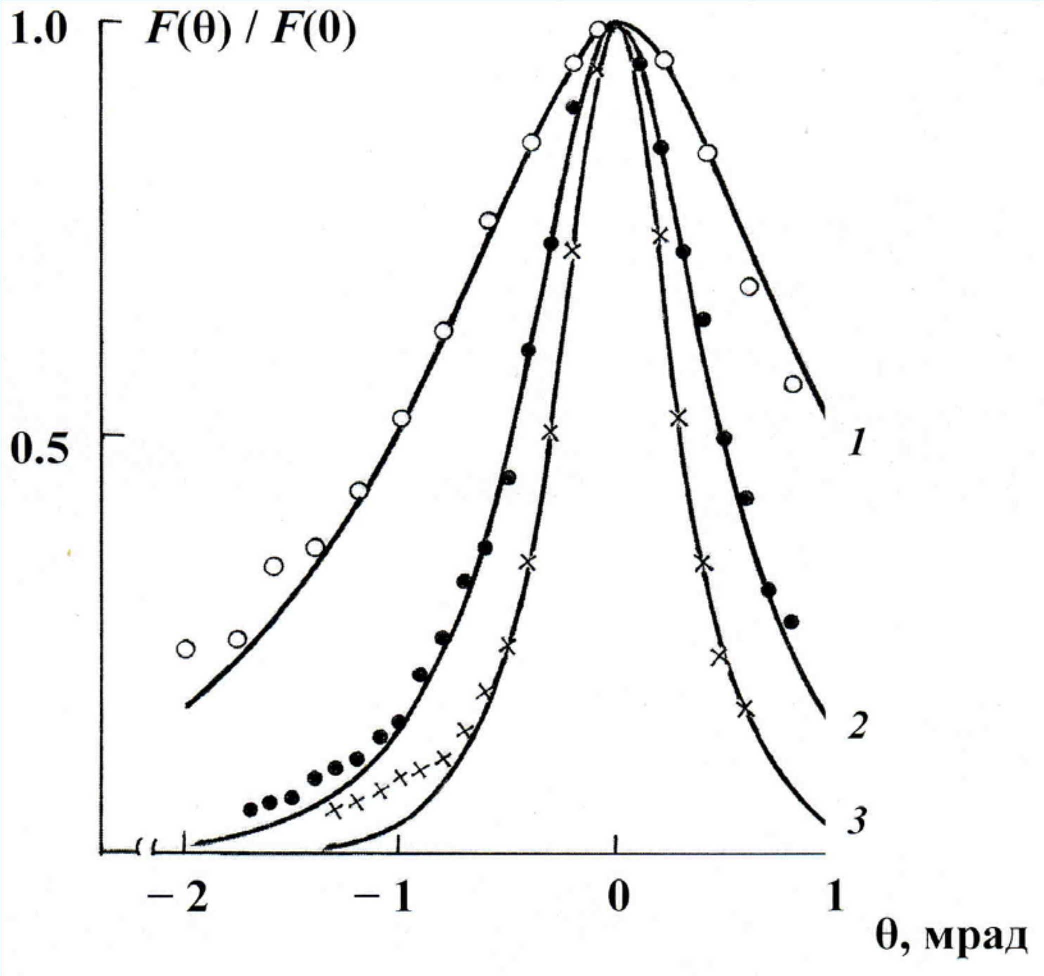
○ – экспериментальный спектр работы

Tschalär C., Maccabee H.D. // Phys. Rev. B. 1970, Vol. 1, No. 7, P. 2863.



РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО УГЛУ НАПРАВЛЕННОГО ПУЧКА ЧАСТИЦ, ПРОШЕДШИХ СЛОЙ ВЕЩЕСТВА, В РЕЖИМАХ «RANDOM» И КАНАЛИРОВАНИЯ

Спектры угловых отклонений направленного пучка протонов с начальной энергией E_0 = 10.3 МэВ, прошедших тонкую монокристаллическую пленку кремния толщиной x = 0.91 мкм, работы: *Ведьманов Г.Д. и др. // Известия РАН. Серия физическая. 1995. Т. 59. № 10. С. 141*, в режимах: «random» – (○), аксиального каналирования вдоль оси <111> – (●), плоскостного каналирования вдоль плоскости {100} – (×); кривые 1, 2, и 3 – соответствующие этим режимам модельные расчеты.



ВЫВОДЫ

- В результате проведенных исследований решена задача аналитического описания энергетических и угловых спектральных распределений пучков быстрых протонов и альфа-частиц, прошедших пленочную мишень заданной толщины.
- В двухпотоковом приближении получена формула для расчета значений наиболее вероятной энергии пучка частиц после прохождения пленки известной толщины.
- Получены формулы для расчета глубины проникновения частиц в вещество при нормальном падении пучка на бомбардируемый образец и для расчета транспортной длины по неупругому каналу рассеяния.
- Проведена их проверка на соответствие имеющимся в научных публикациях экспериментальным данным.

Спасибо за внимание!