

КОГЕРЕНТНОЕ РЕНТГЕНОВСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПУЧКА РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ В СОСТАВНОЙ МИШЕНИ

С. В. Блажевич, А.В. Носков, И.Р. Сиднина, А.Э. Федосеев, К.С. Люшина (Белгородский государственный университет, Белгород, Россия, Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова, Белгород, Россия)

В работе развита динамическая теория когерентного рентгенового излучения пучка релятивистских электронов, пересекающих трехслойную составную структуру аморфный слой-вакуум (воздух)-монокристалл.

Получены и исследованы выражения, описывающие спектрально-угловые и угловые характеристики ПРИ, ДПИ (и их интерференцию). Показан существенный вклад переходного излучения от аморфного слоя и интерференционного слагаемого переходного излучения от аморфного слоя и передней границы монокристаллического слоя в суммарную угловую плотность ДПИ. Показана возможность интерференции дифрагированного переходного излучения и параметрического рентгенового излучения. Показано, что небольшие изменения толщин слоев не приводит к резкому изменению характера интерференции, наблюдаемой в угловой и спектрально-угловой плотностях, с конструктивного на деструктивный.

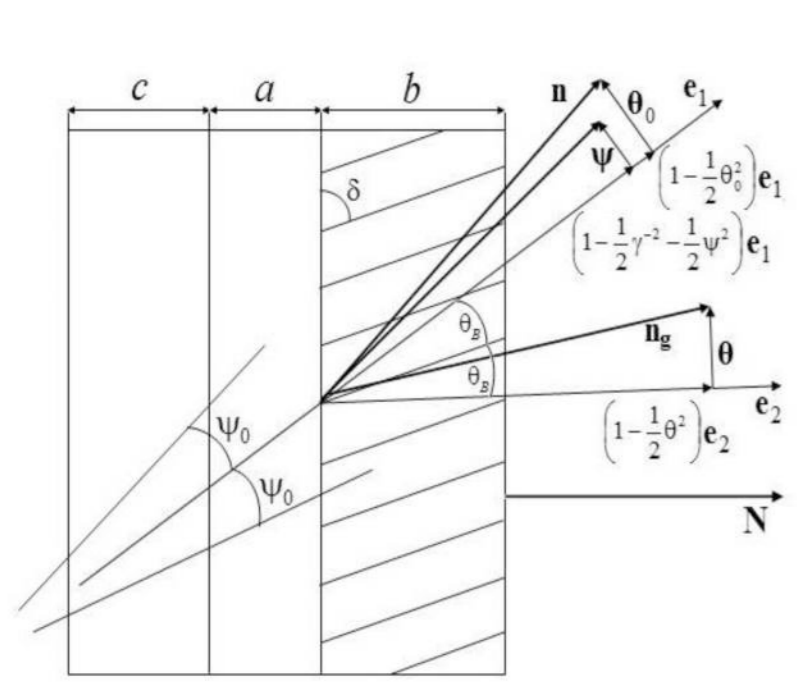


Рис. 1. Геометрия процесса излучения

где θ - угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , Ψ - угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 - угол между направлением распространения падающего псевдо фотона кулоновского поля релятивистского электрона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ - Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\Psi = \Psi_{\parallel} + \Psi_{\perp}$.

Будем рассматривать излучение одного электрона в пучке, пересекающего трехслойную структуру под углом $\Psi(\Psi_{\perp}, \Psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Получим выражение, описывающее амплитуду поля излучения электрона, пересекающего с постоянной скоростью трехслойную структуру, в направлении рассеяния Брэгга $F_{\mathbf{g}}^{(s)Rad}$.

Представим ее как сумму амплитуд дифрагированного переходного излучения и параметрического рентгенового излучения

$$E_{\mathbf{g}}^{(s)Rad} = E_{DPI}^{(s)} + E_{PRI}^{(s)}, \quad (3a)$$

$$E_{DPI}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega \gamma_0 + \lambda_{\mathbf{g}}}{2}\right) \frac{c+a+b}{\gamma_{\mathbf{g}}}} \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{2\omega \gamma_0 (\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \begin{pmatrix} e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} \\ e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \end{pmatrix} \quad (3b)$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2} \right) e^{-i\frac{\omega c}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c)} + \left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c} \right) e^{-i\frac{\omega a}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a)} + \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a} \right] \quad (3b)$$

$$E_{PRI}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega \gamma_0 + \lambda_{\mathbf{g}}}{2}\right) \frac{c+a+b}{\gamma_{\mathbf{g}}}} \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{2\omega \gamma_0 (\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \left[\frac{1}{\chi_0 - \gamma^2 - \Omega^2} + \frac{\omega}{2\gamma_{\mathbf{g}} (\lambda_{\mathbf{g}}^* - \lambda_{\mathbf{g}}^{(1)})} \right] \times \left[e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \right] - \left[\frac{1}{\chi_0 - \gamma^2 - \Omega^2} + \frac{\omega}{2\gamma_{\mathbf{g}} (\lambda_{\mathbf{g}}^* - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \right] \left[e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \right], \quad (3b)$$

где $\gamma_0 = \cos \psi_0$, $\gamma_{\mathbf{g}} = \cos \psi_{\mathbf{g}}$, ψ_0 - угол между волновым вектором подающей волны $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ и вектором нормали \mathbf{N} к поверхности кристаллической пластинки, $\psi_{\mathbf{g}}$ - угол между волновым вектором $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = k_{\mathbf{g}}\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$ и вектором \mathbf{N} (см. рис. 1), γ - Лоренц - фактор.

В выражениях (2.3) приняты следующие обозначения

$$\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \quad \Omega^2 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(s)} = \frac{\omega |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2} \times \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)} \left(\frac{(1-\varepsilon)}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right)} - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{4} + \kappa^{(s)2} \varepsilon \right) \right), \quad \lambda_{\mathbf{g}}^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0^*, \quad \lambda_0^* = \omega \left(\frac{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0}{2} \right),$$

$$\beta = \frac{1}{\omega^2} (k_{\mathbf{g}}^2 - k^2) - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \right)$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1-\theta \cos \varphi \cot \theta_B)}{\omega_B} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0^*}{|\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}, \quad v^{(s)} = \frac{\gamma_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{\chi_0^*}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_{\mathbf{g}}^* C^{(s)}}{\chi_0^*}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B. \quad (4)$$

Выражения (2.3) при $s=1$ описывают поля σ - поляризованные, а при $s=2$ поля π - поляризованные.

Выражения (2.3б) и (2.3с) описывают амплитуды полей ДПИ и ПРИ релятивистском электрона, пересекающего трехслойную структуру под углом $\Psi(\Psi_{\perp}, \Psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двуволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол δ). Слагаемые в квадратных скобках выражения (3б) описывают переходные излучения, генерируемые на первой, второй и третьей границе соответственно, которые динамически рассеиваются в монокристаллическом слое. Динамическое рассеяние в монокристаллическом слое описывается множеством перед квадратной скобой.

Важным параметром в выражениях (3) является параметр ε , определяющий степень асимметрии отражения поля в монокристаллическом слое относительно поверхности мишени, δ - угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр $\rho^{(s)}$, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega \chi_0^*$ рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$. Параметр $v^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq v^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($v^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($v^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в проходе рентгеновских фотонов излучений ПРИ и ДПИ через монокристаллический слой.

2. Спектрально-угловая плотность излучения

Рассмотрим ДПИ и ПРИ для случая, когда второй слой является вакуумом (воздухом) ($\chi_a = 0$). Для выявления и анализа эффектов, не связанных с поглощением, рассмотрим простой случай тонкой непоглощающей мишени $\chi_0^* = \chi_c^* = 0$. Получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ДПИ и ПРИ в рассматриваемой трехслойной мишени «аморфная среда - вакуум - монокристалл»:

$$\omega \frac{d^2 N_{DPI}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \equiv T_{DPI}^{(s)} = T_1^{(s)} + T_2^{(s)} + T_{int}^{(s)}, \quad (5a) \quad T_1^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) R_{DPI}^{(s)}, \quad (5b)$$

$$T_2^{(s)} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 R_{DPI}^{(s)}, \quad (5b)$$

$$T_{int}^{(s)} = \frac{e^2}{2\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_c} \right) \times \left[\cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda \right) - \cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda + \frac{c\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) \right] R_{DPI}^{(s)}, \quad (5r)$$

$$R_{DPI}^{(s)} = -\frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \sin^2 \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right), \quad (5d) \quad \omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = T_{PXR}^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0^2} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)} \right), \quad (6)$$

где

$$\Lambda_0 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \chi_0^*, \quad \Lambda_c = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \chi_c^*$$

$$\Lambda = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \Sigma_1^{(s)} = \sigma^{(s)} + \left(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \right) / \varepsilon, \quad b^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{b}{L_{ext}^{(s)}}, \quad \sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} (\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0^*). \quad (7)$$

Функции $T_1^{(s)}$ и $T_2^{(s)}$ описывают спектрально-угловые плотности ДПИ, соответствующие волнам переходных излучений, генерируемых в аморфном слое и на передней границе кристаллического слоя соответственно, а функция $T_{int}^{(s)}$ описывает интерференцию этих волн. $R_{DPI}^{(s)}$ - функция описывающая спектр ДПИ.

Конструктивная интерференция волн ПИ, в окрестности частоты Брэгга ω_B , от разных границ аморфного слоя может существенно увеличить спектрально-угловую плотность ДПИ. Условием конструктивной интерференции, следующим из (2.5б), является соотношение 8

$$\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c = (2n+1) \frac{\pi}{2}, \quad (n=0,1,2,\dots), \quad (8) \quad \frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda = (2m+1)\pi, \quad (m=0,1,2,\dots), \quad (9)$$

Используя (2.3б) и (2.3в), получим выражение, описывающее интерференцию механизмов излучения DTR и PXR

$$\omega \frac{d^2 N_{INT}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = T_{int}^{(s)}(PRI, DPI), \quad (10a) \quad T_{int}^{(s)}(PRI, DPI) = \frac{e^2}{4\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0} \left[\left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right) R_{INT}^{(s)(1)} + \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) R_{INT}^{(s)(2)} \right], \quad (10b)$$

1. Амплитуда излучения

Рассмотрим пучок релятивистских электронов, пересекающих трехслойную структуру, состоящую из двух аморфных и одного кристаллического слоев (рис.1) с толщинами соответственно c , a и b . Диэлектрические восприимчивости аморфных сред обозначим соответственно χ_c и χ_a . χ_0^* - средняя диэлектрическая восприимчивость кристалла, $\chi_{\mathbf{g}}$ - коэффициент Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки \mathbf{g} :

$$\chi(\omega, \mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} \chi_{\mathbf{g}}(\omega) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{g}} (\chi_{\mathbf{g}}^{(0)}(\omega) + i\chi_{\mathbf{g}}^{(s)}(\omega)) \exp(i\mathbf{g}\mathbf{r}). \quad (1)$$

Введем угловые переменные Ψ , θ и θ_0 в соответствии с определениями вектора скорости релятивистского электрона \mathbf{V} и единичных векторов \mathbf{n} (в направлении импульса фотона излученного вблизи скорости электрона) и $\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$ (в направлении рассеяния Брэгга $\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$):

$$\mathbf{V} = \left(1 - \frac{1}{2} \gamma^{-2} - \frac{1}{2} \psi^2 \right) \mathbf{e}_1 + \Psi, \quad \mathbf{e}_1 \Psi = 0$$

$$\mathbf{n} = \left(1 - \frac{1}{2} \theta_0^2 \right) \mathbf{e}_1 + \theta_0, \quad \mathbf{e}_1 \theta_0 = 0, \quad \mathbf{e}_2 \theta_0 = \cos 2\theta_B,$$

$$\mathbf{n}_{\mathbf{g}} = \left(1 - \frac{1}{2} \theta^2 \right) \mathbf{e}_2 + \theta, \quad \mathbf{e}_2 \theta = 0, \quad (2)$$

где θ - угол излучения, отсчитываемый от оси детектора излучения \mathbf{e}_2 , Ψ - угол отклонения электрона в пучке, отсчитываемый от оси электронного пучка \mathbf{e}_1 , θ_0 - угол между направлением распространения падающего псевдо фотона кулоновского поля релятивистского электрона и осью \mathbf{e}_1 , $\gamma = 1/\sqrt{1-V^2}$ - Лоренц-фактор частицы. Угловые переменные раскладываются на составляющие параллельные и перпендикулярные плоскости рисунка: $\theta = \theta_{\parallel} + \theta_{\perp}$, $\theta_0 = \theta_{0\parallel} + \theta_{0\perp}$, $\Psi = \Psi_{\parallel} + \Psi_{\perp}$.

Будем рассматривать излучение одного электрона в пучке, пересекающего трехслойную структуру под углом $\Psi(\Psi_{\perp}, \Psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Получим выражение, описывающее амплитуду поля излучения электрона, пересекающего с постоянной скоростью трехслойную структуру, в направлении рассеяния Брэгга $F_{\mathbf{g}}^{(s)Rad}$.

Представим ее как сумму амплитуд дифрагированного переходного излучения и параметрического рентгенового излучения

$$E_{\mathbf{g}}^{(s)Rad} = E_{DPI}^{(s)} + E_{PRI}^{(s)}, \quad (3a)$$

$$E_{DPI}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega \gamma_0 + \lambda_{\mathbf{g}}}{2}\right) \frac{c+a+b}{\gamma_{\mathbf{g}}}} \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{2\omega \gamma_0 (\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \begin{pmatrix} e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} \\ e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \end{pmatrix} \quad (3b)$$

$$\times \left[\left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2} \right) e^{-i\frac{\omega c}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c)} + \left(\frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_c} \right) e^{-i\frac{\omega a}{2\gamma_0}(\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a)} + \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0} - \frac{1}{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_a} \right] \quad (3b)$$

$$E_{PRI}^{(s)} = \frac{8\pi^2 i e V \Omega^{(s)}}{\omega} e^{i\left(\frac{\omega \gamma_0 + \lambda_{\mathbf{g}}}{2}\right) \frac{c+a+b}{\gamma_{\mathbf{g}}}} \frac{\omega^2 \chi_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{2\omega \gamma_0 (\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \left[\frac{1}{\chi_0 - \gamma^2 - \Omega^2} + \frac{\omega}{2\gamma_{\mathbf{g}} (\lambda_{\mathbf{g}}^* - \lambda_{\mathbf{g}}^{(1)})} \right] \times \left[e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(1)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \right] - \left[\frac{1}{\chi_0 - \gamma^2 - \Omega^2} + \frac{\omega}{2\gamma_{\mathbf{g}} (\lambda_{\mathbf{g}}^* - \lambda_{\mathbf{g}}^{(2)})} \right] \left[e^{i\left(\frac{\lambda_{\mathbf{g}}^{(2)} - \lambda_{\mathbf{g}}^*}{\gamma_{\mathbf{g}}}\right)} - 1 \right], \quad (3b)$$

где $\gamma_0 = \cos \psi_0$, $\gamma_{\mathbf{g}} = \cos \psi_{\mathbf{g}}$, ψ_0 - угол между волновым вектором подающей волны $\mathbf{k} = k\mathbf{n}$ и вектором нормали \mathbf{N} к поверхности кристаллической пластинки, $\psi_{\mathbf{g}}$ - угол между волновым вектором $\mathbf{k}_{\mathbf{g}} = k_{\mathbf{g}}\mathbf{n}_{\mathbf{g}}$ и вектором \mathbf{N} (см. рис. 1), γ - Лоренц - фактор.

В выражениях (2.3) приняты следующие обозначения

$$\Omega^{(1)} = \theta_{\perp} - \psi_{\perp}, \quad \Omega^{(2)} = \theta_{\parallel} + \psi_{\parallel}, \quad \Omega^2 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2$$

$$\lambda_{\mathbf{g}}^{(s)} = \frac{\omega |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}{2} \times \left(\xi^{(s)} - \frac{i\rho^{(s)}(1-\varepsilon)}{2} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon - 2i\rho^{(s)} \left(\frac{(1-\varepsilon)}{2} \xi^{(s)} + \kappa^{(s)} \varepsilon \right)} - \rho^{(s)2} \left(\frac{(1-\varepsilon)^2}{4} + \kappa^{(s)2} \varepsilon \right) \right), \quad \lambda_{\mathbf{g}}^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \lambda_0^*, \quad \lambda_0^* = \omega \left(\frac{\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0}{2} \right),$$

$$\beta = \frac{1}{\omega^2} (k_{\mathbf{g}}^2 - k^2) - \chi_0 \left(1 - \frac{\gamma_{\mathbf{g}}}{\gamma_0} \right)$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{1-\varepsilon}{2v^{(s)}}, \quad \eta^{(s)}(\omega) = \frac{2 \sin^2 \theta_B}{V^2 |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} \left(1 - \frac{\omega(1-\theta \cos \varphi \cot \theta_B)}{\omega_B} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{\sin(\delta + \theta_B)}{\sin(\delta - \theta_B)}, \quad \rho^{(s)} = \frac{\chi_0^*}{|\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}}, \quad v^{(s)} = \frac{\gamma_{\mathbf{g}} C^{(s)}}{\chi_0^*}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_{\mathbf{g}}^* C^{(s)}}{\chi_0^*}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = \cos 2\theta_B. \quad (4)$$

Выражения (2.3) при $s=1$ описывают поля σ - поляризованные, а при $s=2$ поля π - поляризованные.

Выражения (2.3б) и (2.3с) описывают амплитуды полей ДПИ и ПРИ релятивистском электрона, пересекающего трехслойную структуру под углом $\Psi(\Psi_{\perp}, \Psi_{\parallel})$ относительно оси электронного пучка \mathbf{e}_1 . Выражения получены в рамках двуволнового приближения динамической теории дифракции с учетом угла между отражающей системой параллельных атомных плоскостей кристалла и поверхности мишени (угол δ). Слагаемые в квадратных скобках выражения (3б) описывают переходные излучения, генерируемые на первой, второй и третьей границе соответственно, которые динамически рассеиваются в монокристаллическом слое. Динамическое рассеяние в монокристаллическом слое описывается множеством перед квадратной скобой.

Важным параметром в выражениях (3) является параметр ε , определяющий степень асимметрии отражения поля в монокристаллическом слое относительно поверхности мишени, δ - угол между поверхностью мишени и отражающими плоскостями. Параметр $\rho^{(s)}$, характеризующий степень поглощения рентгеновских волн в кристалле, равен отношению длины экстинкции $L_{ext}^{(s)} = 1/\omega |\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}$ к длине поглощения $L_{abs} = 1/\omega \chi_0^*$ рентгеновских волн: $\rho^{(s)} = L_{ext}^{(s)} / L_{abs}$. Параметр $v^{(s)}$, принимающий значения в промежутке $0 \leq v^{(s)} \leq 1$, определяет степень отражения волн от кристалла, которая обуславливается характером интерференции волн, отраженных от разных плоскостей (конструктивным ($v^{(s)} \approx 1$) или деструктивным ($v^{(s)} \approx 0$)). Параметр $\kappa^{(s)}$ определяет степень проявления эффекта аномального слабого фотопоглощения (эффекта Бормана) в проходе рентгеновских фотонов излучений ПРИ и ДПИ через монокристаллический слой.

2. Спектрально-угловая плотность излучения

Рассмотрим ДПИ и ПРИ для случая, когда второй слой является вакуумом (воздухом) ($\chi_a = 0$). Для выявления и анализа эффектов, не связанных с поглощением, рассмотрим простой случай тонкой непоглощающей мишени $\chi_0^* = \chi_c^* = 0$. Получим выражения, описывающие спектрально-угловые плотности ДПИ и ПРИ в рассматриваемой трехслойной мишени «аморфная среда - вакуум - монокристалл»:

$$\omega \frac{d^2 N_{DPI}^{(s)}}{d\omega d\Omega} \equiv T_{DPI}^{(s)} = T_1^{(s)} + T_2^{(s)} + T_{int}^{(s)}, \quad (5a) \quad T_1^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_c} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{c\omega_B}{4 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) R_{DPI}^{(s)}, \quad (5b)$$

$$T_2^{(s)} = \frac{e^2}{4\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right)^2 R_{DPI}^{(s)}, \quad (5b)$$

$$T_{int}^{(s)} = \frac{e^2}{2\pi^2} \Omega^{(s)2} \left(\frac{1}{\Lambda_0} - \frac{1}{\Lambda} \right) \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda_c} \right) \times \left[\cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda \right) - \cos \left(\frac{a\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda + \frac{c\omega_B}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \cdot \Lambda_c \right) \right] R_{DPI}^{(s)}, \quad (5r)$$

$$R_{DPI}^{(s)} = -\frac{4\varepsilon^2}{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \sin^2 \left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon}}{\varepsilon} \right), \quad (5d) \quad \omega \frac{d^2 N_{PXR}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = T_{PXR}^{(s)} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\Omega^{(s)2}}{\Lambda_0^2} \left(1 - \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \varepsilon}} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_1^{(s)} \right), \quad (6)$$

где

$$\Lambda_0 = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \chi_0^*, \quad \Lambda_c = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \chi_c^*$$

$$\Lambda = (\theta_{\perp} - \psi_{\perp})^2 + (\theta_{\parallel} + \psi_{\parallel})^2 + \gamma^2 - \Sigma_1^{(s)} = \sigma^{(s)} + \left(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} + \varepsilon} \right) / \varepsilon, \quad b^{(s)} = \frac{1}{2 \sin(\delta - \theta_B)} \frac{b}{L_{ext}^{(s)}}, \quad \sigma^{(s)} = \frac{1}{|\chi_{\mathbf{g}}| C^{(s)}} (\Omega^2 + \gamma^2 - \chi_0^*). \quad (7)$$

Функции $T_1^{(s)}$ и $T_2^{(s)}$ описывают спектрально-угловые плотности ДПИ, соответствующие волнам переходных излучений, генерируемых в аморфном слое и на передней границе кристаллического слоя соответственно, а функция $T_{int}^{(s)}$ описывает интерференцию этих волн. $R_{DPI}^{(s)}$ - функция описывающая спектр ДПИ.

Конструктивная интерференция волн